



Euroopa Liit
Euroopa Sotsiaalfond



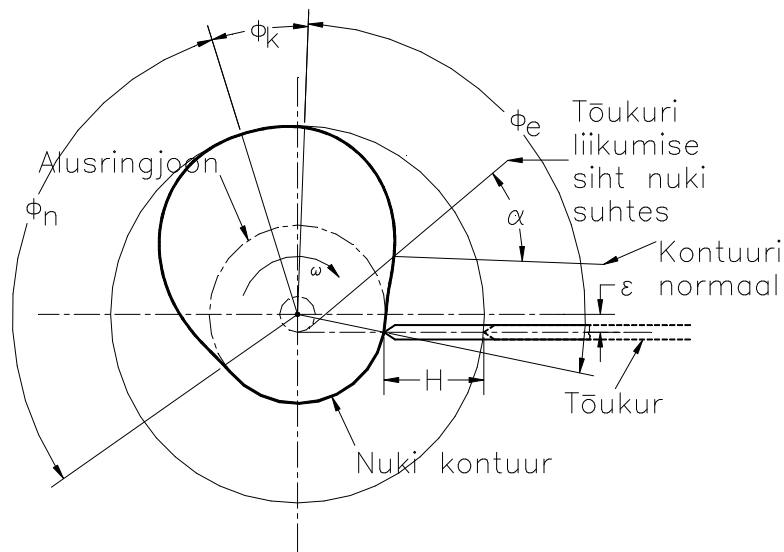
Eesti tuleviku heaks

Nukkmehhanismi nuki süntees

Mitmesugustes masinates kasutatakse teraviktõukuriga nukkmehhanisme, mille skeem on näidatud järgneval joonisel. Nukkmehhanism koosneb nukist ja tõukurist. Nuki pöörlemisel liigub tõukur spetsiaalsetes suunajates (skeemil on need näitamata) ainult oma telje sihis paremale (tõukuri eemaldumisfaas) ja tagasi (tõukuri naasmisfaas). Tavaliselt antakse ette tõukuri liikumise kiirendus ja otsitakse nukki iseloomustavatele parameetritele sellised väärtused, mis kindlustaks tõukurile etteantud kiirenduse. Sellise ülesande lahendamist nimetatakse õppeaines "Masinamehaanika" **nukkmehhanismi nuki sünteesiks**.

Järgnev käsitlus eeldab teadmisi arvutiprogrammist Mathcad14. Teadmisi Mathcadi kasutamise kohta saab avalikust e-kursusest "Mathcad algajaile" või Mathcadi manuaalist http://www.msmiami.com/custom/downloads/Mathcad14_Users_Guide_English.pdf

1. Nukkmehhanismi skeem



2. Etteantud väärtustega parameetrid

$\phi_e := 100 \cdot \text{deg}$ - tõukuri eemaldumisnurk (teguriga $\text{deg} = \frac{\pi}{180}$ korrutamine teisendab kraadid radiaanideks),

$\phi_k := 50 \cdot \text{deg}$ - tõukuri kaugfaasinurk,

$\phi_n := 100 \cdot \text{deg}$ - tõukuri naasmisnurk,

Tähistame $\phi := \phi_e + \phi_k + \phi_n$,

$H := 0.1 \cdot \text{m}$ - tõukuri maksimaalne siire,

$\alpha_e := -25$ - minimaalne survenurk tõukuri eemaldumisel (kraadides),

$\alpha_n := 25$ - maksimaalne survenurk tõukuri naasmisel (kraadides).

3. Etteantud valemid tõukuri kiirenduse analoogide väärtuste leidmiseks

Tõukuri kiirenduse analoogi arvutusvalem eemaldumisfaasis (tõukur liigub skeemil paremale)

$$a_1(\varphi) := \frac{2 \cdot H \cdot \pi}{\phi_e^2} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\phi_e} \cdot \varphi\right) \quad (\text{Siinuseline seadus})$$

$$a_1(\varphi) := \frac{H \cdot \pi^2}{2 \cdot \phi_e^2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\phi_e} \cdot \varphi\right) \quad (\text{Koosiinuseline seadus})$$

ja naasmisfaasis (tõukuri naaseb pärast eemaldumist algasendisse)

$$a_2(\varphi) := \frac{-2 \cdot H \cdot \pi}{\phi_n^2} \cdot \sin\left[\frac{2 \cdot \pi}{\phi_n} \cdot (\varphi - \phi_e - \phi_k)\right] \quad (\text{Siinuseline seadus})$$

$$a_2(\varphi) := \frac{-H \cdot \pi^2}{2 \cdot \phi_n^2} \cdot \cos\left[\frac{\pi}{\phi_n} \cdot (\varphi - \phi_e - \phi_k)\right] \quad (\text{Koosiinuseline seadus})$$

Must riskülik nende valemite parempoolses ülemises nurgas näitab, et arvutused vastava valemi järgi on suletud.

4. Nuki sünteesiülesanne

Leida tõukuri ekstsentrilisusele ε ja nuki alusringjoone raadiusele R_0 optimaalsed väärtused, mille korral nuki pöörlemisel survenurk α saavutab tõukuri eemaldumisfaasis väärtuse α_e ja naasmisfaasis väärtuse α_n .

5. Tõukuri kiirenduse ja kiiruse analoogide ning siirde arvutus

Anname ette nuki asendite arvu $n := 720$ ja nuki pöördenurga φ_i i-ndas asendis

$$i := 1 \dots n \quad \varphi_i := \frac{2 \cdot \pi}{n} \cdot (i - 1).$$

Ühendame tõukuri kiirenduste analoogide $a_1(\varphi)$, $a_2(\varphi)$ arvutusvalemid üheks valemiks.

Selleks defineerime

$$a(\varphi) := \text{if}(0 \leq \varphi, a_1(\varphi), 0 \cdot \text{m}) \quad a1(\varphi) := \text{if}(\phi_e \leq \varphi, 0 \cdot \text{m}, a(\varphi))$$

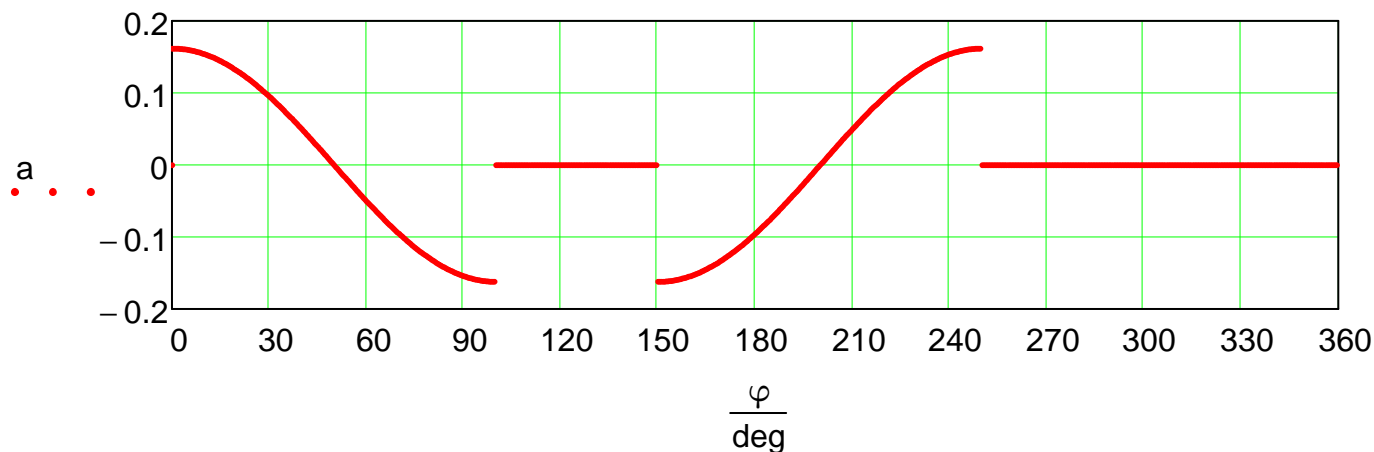
$$a2(\varphi) := \text{if}(\phi_e + \phi_k \leq \varphi, a_2(\varphi), a1(\varphi))$$

Nüüd saab tõukuri kiirenduse analoogi nuki ühel täispöördel arvutada valemist

$$a(\varphi) := \text{if}(\phi_e + \phi_k + \phi_n \leq \varphi, 0 \cdot m, a_2(\varphi))$$

Arvutuse tulemusena saame kiirenduse väärtused $a_i := a(\varphi_i)$.

Tõukuri kiirenduse analoogi a (meetrites) sõltuvus nuki pöördenurgast $\frac{\varphi}{\text{deg}}$ (kraadi-des) $\left(\text{deg} = \frac{\pi}{180}\right)$ nuki ühel täispöördel on näha järgmisel joonisel



Kiiruste analoogid leiame integraalidest

$$v_1(\varphi) = \int_0^{\varphi} a_1(x) dx$$

$$v_2(\varphi) = \int_{\phi_e + \phi_k}^{\varphi} a_2(x) dx$$

Nende integraalide numbriliseks arvutuseks jaotame integreerimispiirkonnad $n := 20$ osaks ja kasutame Simpsoni algoritmi (vt. e-kursuse "Matemaatiline analüüs II" osa 3):

$$S(a, b, n, f) := \left(\frac{b-a}{3 \cdot n}\right) \cdot \sum_{i=0}^{\frac{n}{2}-1} \left[4 \cdot f\left[a + \frac{b-a}{n} \cdot (2 \cdot i + 1)\right] \dots \right. \\ \left. + f\left[a + \frac{b-a}{n} \cdot (2 \cdot i + 2)\right] + f\left[a + \frac{b-a}{n} \cdot 2 \cdot i\right] \right]$$

$$v_1(\varphi) := S(0, \varphi, n, a_1)$$

$$v_2(\varphi) := S(\phi_e + \phi_k, \varphi, n, a_2)$$

Ühendame ka kiiruste analoogide $v_1(\varphi)$, $v_2(\varphi)$ arvutusvalemid üheks valemiks. Selleks defineerime

$$v(\varphi) := \text{if}(0 \leq \varphi, v_1(\varphi), 0 \cdot m) \quad v_1(\varphi) := \text{if}(\phi_e \leq \varphi, 0 \cdot m, v(\varphi))$$

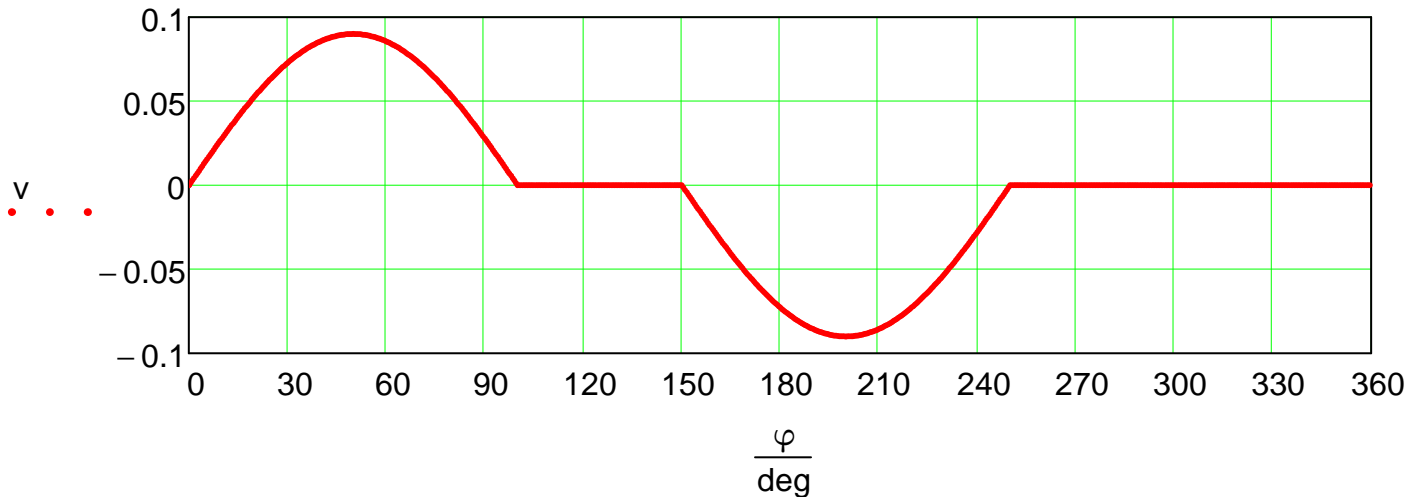
$$v_2(\varphi) := \text{if}(\phi_e + \phi_k \leq \varphi, v_2(\varphi), v_1(\varphi))$$

Nüüd saab tõukuri kiiruse analoogi nuki ühel täispöördel arvutada valemist

$$v(\varphi) := \text{if}(\phi_e + \phi_k + \phi_n \leq \varphi, 0 \cdot m, v_2(\varphi))$$

Arvutuse tulemusena saame kiiruse väärtused $v_i := v(\varphi_i)$.

Tõukuri kiiruse analoogi v (meetrites) sõltuvus nuki pöördenurgast $\frac{\varphi}{\text{deg}}$ (kraadides) on näha järgmisel joonisel



Tõukuri siirded eemaldumisfaasis ja naasmisfaasis leiame integraalidest

$$s_1(\varphi) := \int_0^{\varphi} v_1(x) dx \quad s_2(\varphi) := \int_{\phi_e + \phi_k + \phi_n}^{\varphi} v_2(x) dx$$

Nende integraalide numbrilisel arvutusel kasutame ka siin Simpsoni valemit

$$s_1(\varphi) := S(0, \varphi, n, v_1) \quad s_2(\varphi) := S(\phi_e + \phi_k + \phi_n, \varphi, n, v_2)$$

Ühendame ka siirete $s_1(\varphi)$, $s_2(\varphi)$ arvutusvalemid üheks valemiks. Selleks defineerime

$$s(\varphi) := \text{if}(0 \leq \varphi, s_1(\varphi), 0 \cdot m) \quad s1(\varphi) := \text{if}(\phi_e \leq \varphi, s_1(\phi_e), s(\varphi))$$

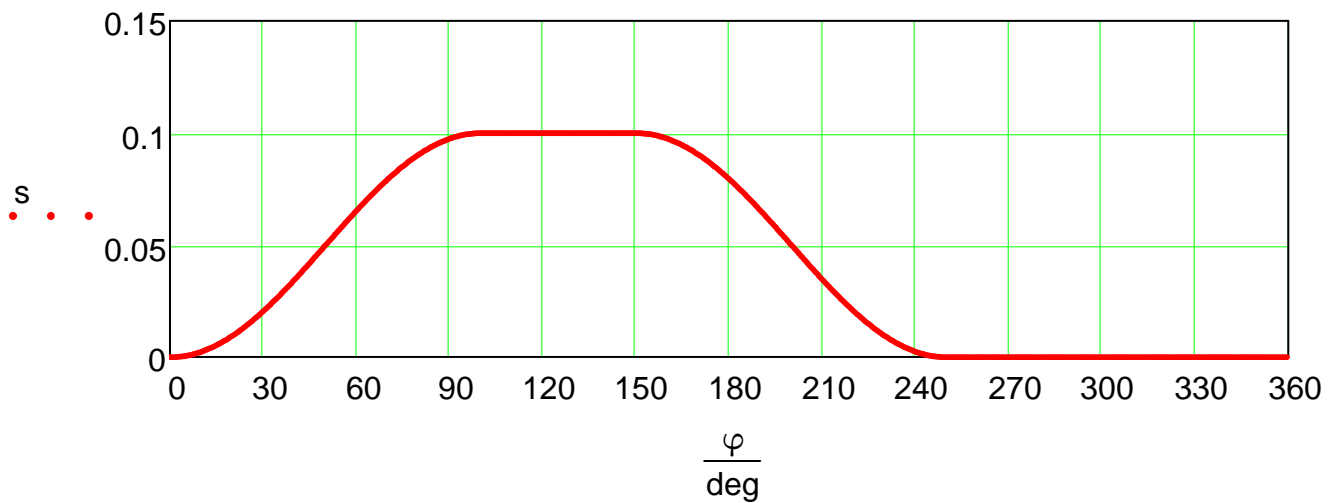
$$s2(\varphi) := \text{if}(\phi_e + \phi_k \leq \varphi, s_2(\varphi), s1(\varphi))$$

Tõukuri siirde nuki täispöördel saab arvutada valemist:

$$s(\varphi) := \text{if}(\phi_e + \phi_k + \phi_n \leq \varphi, 0 \cdot m, s2(\varphi))$$

Arvutuse tulemusena saame siirde väärtused $s_i := s(\varphi_i)$. Tõukuri siirde s (meetrites)

sõltuvus nuki pöördenurgast $\frac{\varphi}{\text{deg}}$ (kraadides) on näha järgmisel joonisel.



6. Nuki sünteesiülesande lahendamine

Õppeaines "**Masinamehaanika**" näidatakse, et survenurga α väärtused tulevad leida valemist $\alpha = f(v, s, R_0, \varepsilon)$, kus

$$f(v, s, R_0, \varepsilon) := \operatorname{atan}\left(\frac{\varepsilon - v}{s + \sqrt{R_0^2 - \varepsilon^2}}\right).$$

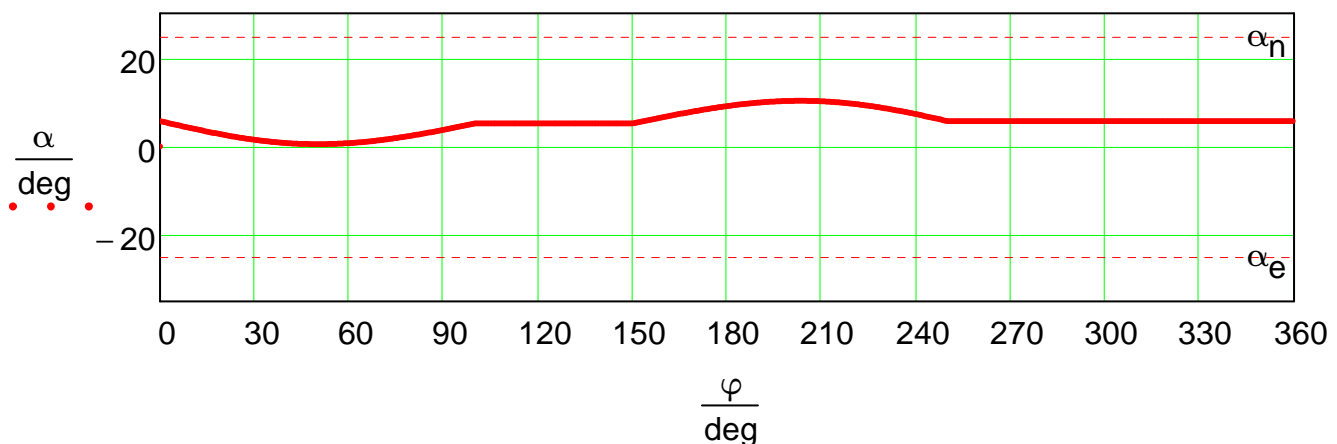
Seejuures peab survenurk α rahuldama võrratust $\alpha_e \leq \alpha \leq \alpha_n$.

Anname nüüd parameetritele ε ja R_0 mingid esialgsed väärtused

$$\varepsilon := 0.1 \cdot \text{m}, \quad R_0 := 1.0 \cdot \text{m}$$

ja arvutame survenurga α väärtused $\alpha_i := f(v_i, s_i, R_0, \varepsilon)$. Nende väärtuste korral on

survenurga $\frac{\alpha}{\text{deg}}$ (kraadides) sõltuvus nuki pöördenurgast $\frac{\varphi}{\text{deg}}$ (kraadides) on näha järgmisel joonisel, millelt selgub, et parameetrite ε ja R_0 esialgsed väärtused ei ole optimaalsed, sest nende parameetrite optimaalsete väärtuste korral peab eelmisel joonisel olev graafik puutuma horisontaalseid punktjooni.



Parameetrite ε ja R_0 väärtuste optimeerimisel võtame teadmiseks, et graafik

eelmisel joonisel liigub praktiliselt kuju muutmata ülespoole kui suurendada ε väärtust ja surutakse kokku kui suurendada R_0 väärtust.

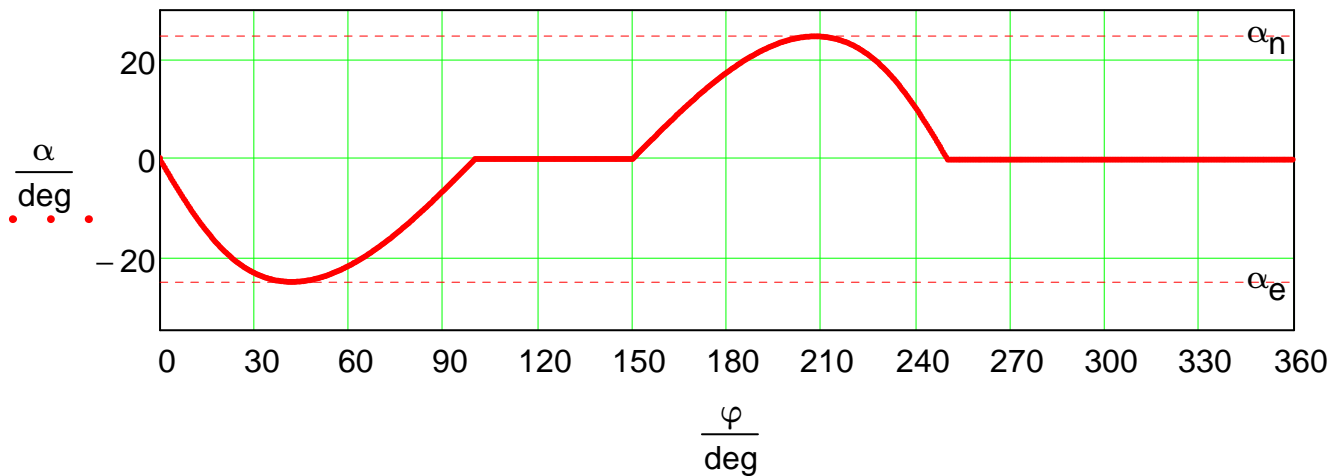
Muudame nüüd parameetrite ε ja R_0 väärtusi ja jälgime järgnevat survenurga muutumise graafikut. Pärast katsetamist selgub, et parameetrite ε ja R_0 optimaalsed väärtused on

$$\varepsilon := -0.001 \cdot m \quad R_0 := 0.15 \cdot m$$

Arvutame uuesti survenurga α väärtused $\alpha_i := f(v_i, s_i, R_0, \varepsilon)$. Survenurga $\frac{\alpha}{\text{deg}}$ (kraadides) sõltuvus nuki pöördenurgast $\frac{\varphi}{\text{deg}}$ (kraadides) on parameetrite ja R_0 optimaalsete

väärtuste korral näha eelmisel joonisel, millel on näha, et survenurk α saavutab etteantud maksimaalse väärtuse α_n ja minimaalse väärtuse α_e .

väärtuste korral näha eelmisel joonisel, millel on näha, et survenurk α saavutab etteantud maksimaalse väärtuse α_n ja minimaalse väärtuse α_e .



Sellega nukkmehhanismi nuki sünteesiülesanne on lahendatud.

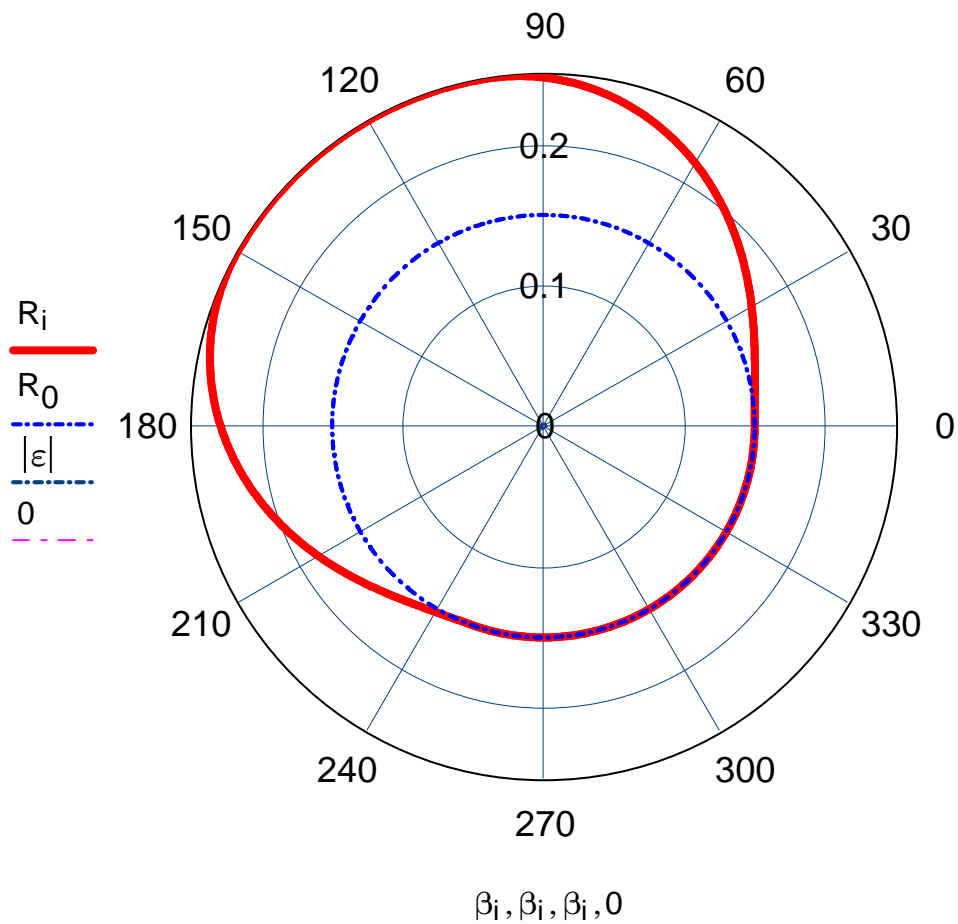
7. Nuki optimaalse kontuuri kujutamine

Nuki kontuuri saab kujutada polaarkoordinaatides β ja R , mille väärtused leitakse valemeist

$$R_i := \sqrt{(s_i)^2 + R_0^2 + 2 \cdot s_i \cdot \sqrt{R_0^2 - \varepsilon^2}}$$

$$\beta_i := \varphi_i - \left(\text{asin}\left(\frac{\varepsilon}{R_i}\right) - \text{asin}\left(\frac{\varepsilon}{R_0}\right) \right)$$

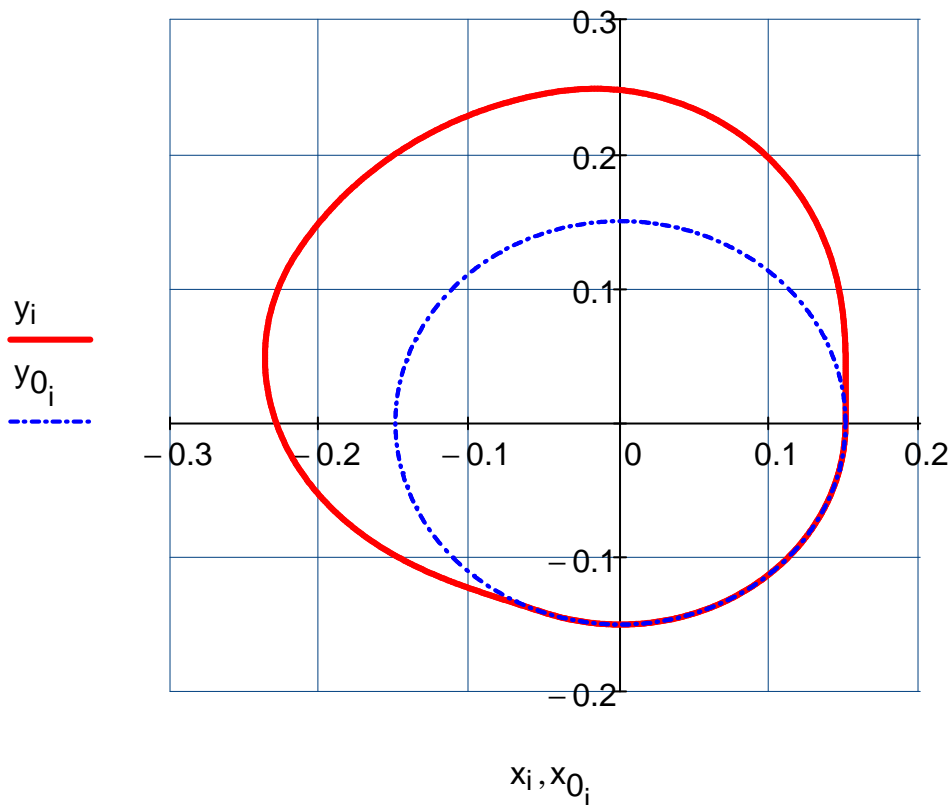
Sünteesitud nuki optimaalne kontuur on näha järgneval joonisel polaarkoordinaatides



Nuki kontuuri ja alusringjoone saab kujutada ka täisnurkses koordinaatides x ja y . Sellel juhul tuleb nende koordinaatide väärtused leida valemeist

$$x_i := R_i \cdot \cos(\varphi_i) \quad y_i := R_i \cdot \sin(\varphi_i) \quad x_{0_i} := R_0 \cdot \cos(\varphi_i) \quad y_{0_i} := R_0 \cdot \sin(\varphi_i)$$

Sünteesitud nuki optimaalne kontuur täisnurksetes koordinaatides on näha järgneval joonisel



Optimaalse nuki praktiliseks valmistamiseks saab kasutada leitud koordinaatide numbrilisi väärtusi, kus $i = 1, 2, \dots, 720$ (Mathcad näitab siin automaatselt esimesi väärtusi. Ülejäänud väärtuste nägemiseks tuleb panna hiire nool näidatud väärtustele ja liigutada ilmunud liugurit)

	0		0		0		0	
$\beta_i =$	0	$\cdot \text{deg}$	$R_i =$	m	$x_i =$	m	$y_i =$	m
	0		0.15		0.15		0	
	1		0.15		0.15		$1.309 \cdot 10^{-3}$	
	2		0.15		0.15		$2.618 \cdot 10^{-3}$	
	3		0.15		0.15		$3.928 \cdot 10^{-3}$	
	4		0.15		0.15		$5.238 \cdot 10^{-3}$	
	5		0.15		0.15		$6.55 \cdot 10^{-3}$	
	6		0.15		0.15		$7.862 \cdot 10^{-3}$	
	7		0.15		0.15		$9.176 \cdot 10^{-3}$	
	8		0.15		0.15		0.01	
	9		0.15		0.15		0.012	
	10		0.151		0.15		0.013	
	11		0.151		0.15		0.014	
	12		0.151		0.15		0.016	
	13		0.151		0.15		0.017	
	14		0.151		0.15		0.018	
	15		