

Vastastikune induksioon

Mõõtetehnikas ja raadiotehnikas kasutatakse sageli induktiivsuse sujuvaks muutmiseks vario-meetmeid. Need koosnevad kahest poolist, mis on teineteise sisse nii kinnitatud, et ühte poolidest võib nende ühise telje ümber pöörata. Niisugune seade võimaldab poolide jadaühenduse puhul sujuvalt muuta induktiivsust suurusest $L_1 + L_2 + 2M_0$ pärilülituse puhul kuni suurusele $L_1 + L_2 - 2M_0$ vastulülituse puhul. Suurus M_0 on poolide vastastikuse induktiivsuse absoluutväärtus nende keerdu tasandite ühtimise korral. Üleminek pärilülitusele toimub siis, kui poolide keerdu tasandid moodustavad täisnurja, kusjuures nende vastastikune induktiivsus selles asendis võrdub nulliga.

Vastastikuse induksiooni nähtuse esinemisel vahelduvvooluliitahela eri harude või ühe ja selle sama haru eri osade vahel tuleb võrrandite koostamisel arvestada vastastikuse induksiooni elektromotoorjõudude.

Olgu näiteks vastastikune induktiivsus kahe kontuuri harude vahel M , kusjuures voolud kontuurides on i_1 ja i_2 . Siis tuleb esimeses kontuuris peale kõigi teiste elektromotoorjõudude arvestada vastastikuse induksiooni elektromotoorjõudu, mille siinusvoolu puhul võib esitada sümbolkujul $(-j\omega MI_2)$. Võrrandi koostamisel teise kontuuri jaoks tuleb elektromotoorjõudude summasse arvata samuti vastastikuse induksiooni elektromotoorjõud $(-j\omega MI_1)$.

Märgime, et suurus M võib olla nii positiivne kui ka negatiivne. Voolude positiivsed suunad harudes valitakse vabalt. Kui harude poolid on vastastikku asetatud nii, et mõlema haru positiivse voolu korral on mõlema pooli endainduksiooni ja vastastikuse induksiooni vood samasuunalised, seega positiivsed, siis on $M > 0$. Kui aga poolid on asetatud nii, et positiivsete voolude korral on endainduksiooni ja vastastikuse induksiooni vood vastassuunalised, seega erinevate märkidega, siis $M < 0$.

Näitena vaatleme jadaahelat, mis koosneb kahest omavahel induktiivselt sidestatud poolist. Seejuures läbib mõlemat pooli üks ja seesama vool i . Olgu poolide induktiivsused L_1 ja L_2 , nende vastastikune induktiivsus aga M . Nimetame poolide pärilülituseks juhtumit, kui endainduksiooni ja vastastikuse induksiooni vood on samasuunalised ($M > 0$). Vastulülituseks aga nimetame juhtumit, kui need vood on vastupidi suunatud ($M < 0$).

Kogu vaadeldavas ahelas indutseeritavate elektromotoorjõudude summa jaoks saame nii päri- kui ka vastulülituse puhul: $-j\omega L_1 \underline{I} - j\omega M \underline{I} - j\omega L_2 \underline{I} - j\omega M \underline{I} = -j\omega (L_1 + L_2 + 2M) \underline{I}$,

kus $L_{\text{ekv}} = L_1 + L_2 + 2M$ väljendab kogu ahela ekvivalentset induktiivsust.

Määrates mõõtmise teel ekvivalentset induktiivsust poolide pärilülituse $L_{\text{päri}} = L_1 + L_2 + 2|M|$ ja vastulülituse $L_{\text{vastu}} = L_1 + L_2 - 2|M|$ puhul, saame välja arvutada nende vastastikuse induksiooni absoluutväärtuse seosest $4|M| = L_{\text{päri}} - L_{\text{vastu}}$. Seejuures tuleb üleminek pärilülitusele vastulülitusele teha ühe pooli mähise otste ümberühendamise teel, mitte aga muuta poolide vastastikkust asendit.

Vastastikuse induktiivsusega ahela võrrandid

<p>Hetkväärtused:</p> $u = iR_1 + u_{L1} + u_{L2} + iR_2 =$ $= iR_1 + L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + iR_2$ <p>Komplekskujul:</p> $\underline{U} = \underline{I}R_1 + j\omega L_1 \underline{I} + j\omega M \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} + j\omega M \underline{I} + \underline{I}R_2$ $\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M))$	<p style="text-align: center;">Pärilülitus</p>
<p>Hetkväärtused:</p> $u = iR_1 + u_{L1} + u_{L2} + iR_2 =$ $= iR_1 + L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + iR_2$ <p>Komplekskujul:</p> $\underline{U} = \underline{I}R_1 + j\omega L_1 \underline{I} - j\omega M \underline{I} + j\omega L_2 \underline{I} - j\omega M \underline{I} + \underline{I}R_2$ $\underline{U} = \underline{I}(R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M))$	<p style="text-align: center;">Vastulülitus</p>

Vastastikuse induktiivsusega ahela teisendamine

<p>Võrrandid komplekskujul:</p> $\underline{U} = \underline{I}_1(R_1 + j\omega L_1) + \underline{I}_2 j\omega M + \underline{I}_3 R_3;$ $0 = \underline{I}_2(R_2 + j\omega L_2) + \underline{I}_1 j\omega M - \underline{I}_3 R_3;$ $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ <p>Asendame 1. võrrandis \underline{I}_2 ja 2. võrrandis \underline{I}_1</p> $\underline{U} = \underline{I}_1(R_1 + j\omega L_1) + (\underline{I}_1 - \underline{I}_3) j\omega M + \underline{I}_3 R_3;$ $0 = \underline{I}_2(R_2 + j\omega L_2) + (\underline{I}_2 + \underline{I}_3) j\omega M - \underline{I}_3 R_3;$	
$\underline{U} = \underline{I}_1(R_1 + j\omega L_1 + j\omega M) - \underline{I}_3 j\omega M + \underline{I}_3 R_3; \text{ ehk } \underline{U} = \underline{I}_1[R_1 + j\omega(L_1 + M)] + \underline{I}_3 (R_3 - j\omega M)$ $0 = \underline{I}_2(R_2 + j\omega L_2 + j\omega M) + \underline{I}_3 j\omega M - \underline{I}_3 R_3; \text{ ehk } 0 = \underline{I}_2[R_2 + j\omega(L_2 + M)] - \underline{I}_3 (R_3 - j\omega M)$	
<p>Saime nn ilma induktiivse sidestuseta võrrandid.</p> <p>Harudesse 1 ja 2 lisandus induktiivtakistus $j\omega M$ ja harusse 3 mahtuvuslik takistus $-j\omega M$.</p>	
<p>Näide. Leida voolud, kui $U = 100 \text{ V}$, $R_1 = 10 \Omega$, $L_1 = 0,3 \text{ H}$, $R_2 = 10 \Omega$, $L_2 = 0,3 \text{ H}$, $R_3 = 5 \Omega$, $k_{12} = 0,6$ ehk $M = k_{12}\sqrt{L_1 L_2} = 0,18 \text{ H}$, $\omega = 100 \text{ rad/s}$</p> $Z := \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ Z_1 & Z_M & Z_3 \\ Z_M & Z_2 & -Z_3 \end{pmatrix} \quad E := \begin{pmatrix} 0 \\ U \\ 0 \end{pmatrix} \quad I := Z^{-1} \cdot E \quad I = \begin{pmatrix} 2.046 - 2.101i \\ -1.63 + 0.105i \\ 3.676 - 2.206i \end{pmatrix} \quad I_0 = 2.933 \quad I_1 = 1.634 \quad I_2 = 4.287$ <p>Kontroll $\arg(I_1) \cdot \frac{180}{\pi} = 176.329 \quad \arg(I_0) \cdot \frac{180}{\pi} = -45.761 \quad \arg(I_2) \cdot \frac{180}{\pi} = -30.964$</p> $U_1 := I_0 \cdot Z_1 + I_1 \cdot Z_M + I_1 \cdot Z_2 + I_0 \cdot Z_M \quad U_1 = 100$	

Induktiivne sidestus trafo näitel

Vastastikust induksiooni omava lineaarse elektriahela tähtsaks juhtumiks on südamikuta transformator.

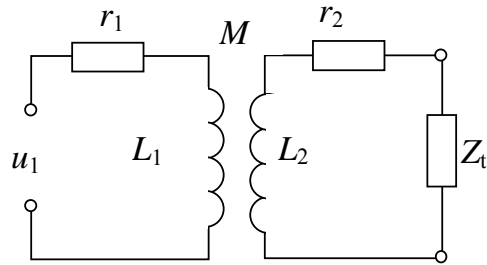
Olgu transformaatori ühe mähise – primaarmähise – klemmidele rakendatud pinge u_1 ja teise mähise – sekundaarmähise – klemmidele olgu ühendatud tarviti Z_t .

Tähistame mähiste aktiivtakistused r_1 ja r_2 , induktiivsused L_1 ja L_2 ning vastastikuse induktiivsuse M .

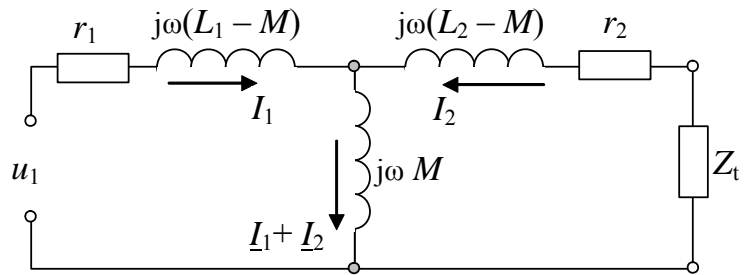
Saame kaks võrrandit

$$\underline{U}_1 = r_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2$$

$$-j\omega M \underline{I}_1 = r_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 + \underline{Z}_t \underline{I}_2$$



Lisame esimesse võrrandisse liikmed $-j\omega M \underline{I}_1$ ja $+j\omega M \underline{I}_1$ ja teise võrranditesse liikmed $-j\omega M \underline{I}_2$ ja $+j\omega M \underline{I}_2$ ja teisendame need võrrandid kujule:



$$\underline{U}_1 = r_1 \underline{I}_1 + j\omega(L_1 - M) \underline{I}_1 + j\omega M(\underline{I}_1 + \underline{I}_2)$$

$$0 = r_2 \underline{I}_2 + j\omega(L_2 - M) \underline{I}_2 + j\omega M(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + \underline{Z}_t \underline{I}_2$$

Seega võib trafot kujutada T-kujulise aseskeemiga, milles vastastikune induksioon puudub. Tuleb silmas pidada, et kui M on suuruselt L_1 ja L_2 vahepealne, siis kas $L_1 - M$ või $L_2 - M$ on negatiivne.